Natürlich Lernen

Lernen liegt in unserer Natur

Womit du im Wald rechnen kannst

Von den mathematischen Grundlagen ab dem Volksschulalter, die im Wald spielerisch greifbar gemacht werden können, über die Auseinandersetzung mit Messmethoden aus der Forstwirtschaft anhand praktischer Übungen bis hin zu faszinierenden Einblicken in mathematische Prinzipien der Natur

Irene Obetzhofer
zert. Waldpädagogin
Lernbegleiterin
dipl. Mentaltrainerin

März 2019

Als lebendiges Ökosystem bietet der Wald den optimalen Rahmen für zahlreiche phatasievolle Aktivitäten, bei denen Vorschulkinder und Volksschulkinder auf spielerische Weise ein Verständnis für Zahlen und ihre Eigenschaften sowie für Mengen und Rechenoperationen entwickeln können. Ein rechhaltiges Repertoire an Materialien wie Blätter, Äste, Steine, Früchte uvm. steht im Wald zur Verfügung, um die Grundlagen der Mathematik im wahrsten Sinne des Wortes „greifbar“ zu machen.

„Zauberwald der Zahlen“

Angelehnt an das bewährte Konzept von Prof. Preiß (https://zahlenland.info) geht es bei der Workshop-reihe „Im Zauberwald der Zahlen“ (www.natuerlich-lernen.at) um ein ganzheitliches Lernen in einem naturnahen Umfeld, bei dem Kinder nicht nur die Welt der Zahlen sondern auch über Fauna und Flora des Waldes und Zusammenhänge in der Natur erfahren.

Foto: Natürlich Lernen

Ordinales und kardinales Zahlenverständnis

Um eine tragfähige Zahlvorstellung zu entwickeln, ist es wichtig, dass Kinder nicht nur einseitige Fähigkeiten aufbauen, wie die Zahlwortreihe zu beherrschen und Positionen von Zahlen zu bestimmen, sondern vielfältige Zahlvorstellungen ausbilden und diese verknüpfen können.
Das ordinale Zahlverständnis beschreibt die Einsicht in den Reihenaspekt der Zahlen. Dabei wird eine Zahl vor allem als Position in der Zahlwortreihe verstanden und hat einen festen Platz in der Zahlreihe. Durch das Zählen in Schritten u.a. in Zweier- und besonders auch in Fünfer- und Zehnerschritten wird das Verständnis des Zahlenraums und des Zahlsystems erweitert, welches grundlegend für den Aufbau des Verständnisses des Stellenwertsystems ist.

Das kardinale Zahlenverständnis dient der Mengenbestimmung. Von den Kindern muss verstanden werden, dass eine Menge bzw. Anzahl mit einer Zahl ausgedrückt werden kann. Zur Förderung des kardinalen Zahlverständnisses eignen sich Materialien, die eine aktive Auseinandersetzung durch konkrete Handlungen ermöglichen und durch die die Menge einer Zahl sichtbar wird.

Zahlenweg oder Zahlenleiter:

Dieser kann von 1 bis 10 oder 20 und in Folge in Zehnerschritten ausgebaut werden. Die 5er- und 10er-Positionen sind jeweils farblich unterschiedlich dargestellt. Die Kinder lernen eine lineare innere Vorstellung der Zahlenreihe aufzubauen. Addition, Subtraktion und auch Multiplikation können auf dem Zahlenweg bildhaft dargestellt und geübt werden.

Zahlenkonferenz:

Das Anschaulichmachen und Erfassen von Mengen und erste Rechenoperationen stehen hier im Mittelpunkt. Mit Hilfe von Zahlentafeln ordnen die Kinder die entsprechenden Anzahlen an Materialien zu und können sich in den Grundrechnungsarten erproben. Auch die Zehnerüberschreitung kann mit Waldmaterialien (z.B. Zapfen=Zehner, Eicheln=Einer) begreifbar vermittelt werden.
Mit dem „Rechensack" kann leicht überprüft werden, ob die Kinder Rechenoperationen wie Addition oder Subtraktion tatsächlich im kardinalen Aspekt begriffen haben, oder ob die Lösung durch Raten oder Abzählen herbeigeführt wurde.
Mengen und Rechenoperationen können auch durch Fühlen und Hören ausgedrückt werden, z.B. eine Anzahl Eicheln im Rechensack ertasten oder Addieren von Klopfgeräuschen mit Holzstäben.

Zahlenland:

Beim Gestalten der „Zahlenländer" setzen sich die Kinder auf kreative Weise mit den Grundlagen der Mathematik auseinander. Mengen, Maße und geometrische Formen werden mit Waldmaterialien gestaltet. Durch die taktile Beschäftigung, durch Geschichten über verschiedene Waldtiere oder Pflanzen werden alle Sinne angeregt und positive Emotionen mit der Welt der Zahlen in Zusammenhang gebracht.

Fotos: Natürlich Lernen

Malrechnen mit Stäbchen

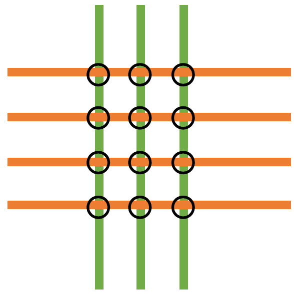
Eine unterhaltsame „Sichtbarmachung“ der Multiplikation
(für alle Altersgruppen)

Mit etwa 20 bis 30 cm langen dünnen Ästen oder Zweigen, die auf dem Waldboden gesammelt werden können (alternativ mit Schaschlik- oder Mikadostäbchen), lässt sich die Multiplikation auch mit zwei- oder mehrstelligen Zahlen auf eine interessante und anschauliche Weise darstellen. Der Multiplikand wird durch vertikales Legen der Stäbchen und der Multiplikator durch horizontales Legen quer über den Multiplikand dargestellt. Der Quotient ergibt sich durch das Zählen der Schnittpunkte der übereinanderliegenden Stäbchen. Bei zweistelligen Zahlen wird die Anzahl der Einer und Zehner jeweils von rechts nach links bzw. von unten nach oben mit einem Abstand dazwischen gelegt. Nun zählt man die Einer (rechts unten), die Zehner links unten und rechts oben sowie ggf. die Hunderter (links oben) zusammen. Überschreiten die Einer den Zehner bzw. die Zehner den Hunderter, so wird zur jeweils nächsten Stelle dazugezählt. Je mehr Stellen umso mehr Stäbchen und umso komplizierter natürlich der Zählvorgang.

Viel Spaß beim Rechnen!

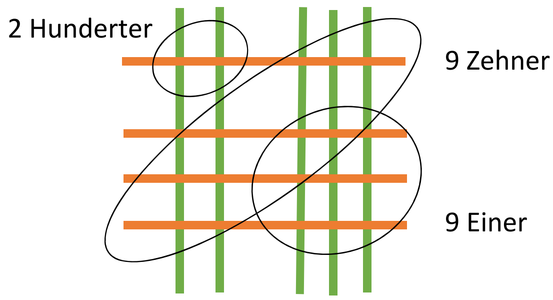
Beispiel für Malrechnen mit einstelligen Zahlen:

3 x 4 = 12



Beispiel für Malrechnen mit zweistelligen Zahlen:

23 x 13 = 299



Wer findet die Methode für die Division?

Foto: Natürlich Lernen

Berechnungen am liegenden Einzelbloch:

Durchmesser (d) mit Messkluppe oder Maßstab
Umfang (U) mit Maßband oder Schnur und Maßstab
Länge (l) mit Maßband oder Maßstab
Kreisfläche (G) und Volumen (V)

$U = d \times \pi$ $\pi = 3{,}14159268\ldots \sim 3$
$D = U / \pi$ Schätzung: Umfang ist ca. 3 x Durchmesser
$G = \frac{d^2 \times \pi}{4}$ oder $r^2 \times \pi$
$V = \frac{d^2 \times \pi \times l}{4}$ oder $r^2 \times \pi \times l$

Berechnungen am stehenden Baum:

Brusthöhendurchmesser (BHD)
mit Messkluppe oder über Umfang mit Schnur und Maßstab ermitteln
(Durchmesser ~ 1/3 des Umfangs oder = U / π)

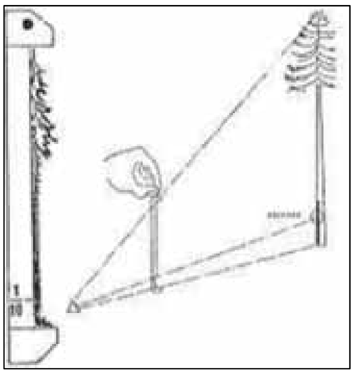
Volumsformel nach Denzin

$V_{(Vfm)} = \frac{BHD^2}{1000}$

Vfm = Vorratsfestmeter bei 25 m Normalhöhe
Volumskorrektur +/-3% (Fichte), 4% (Tanne) je Meter Unterschied zur tatsächlichen Höhe

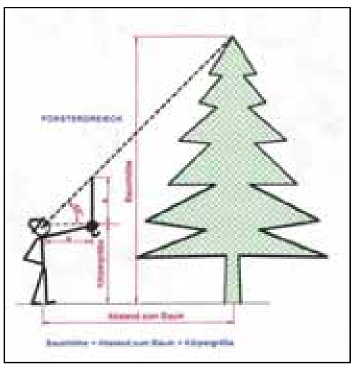
Baumhöhe - 1/10 Methode nach dem Strahlensatz

- Maßstab (z.B. 1m) senkrecht zum Baum halten
- vom Baum so weit weggehen, dass er in den Maßstab passt
- 1/10 (z.B. 10 cm) Marke auf den Baum mit Auge markieren
  oder vom Partner direkt beim Baum markieren lassen
- Markierungspunkt zum Stammfuß messen
- Ablesewert mit 10 multipliezieren (10faches)



Baumhöhe – Försterdreieck

- Stab (Ast) in Armlänge senkrecht bei ausgestrecktem Arm zum Baum halten
- Vom Baum so weit weg gehen, dass er in den Stab passt
- Entfernung vom Stammfuß zum Standpunkt entspricht der Baumhöhe



Längen und Flächen ermitteln

1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm
Länge abschreiten – Schrittabstand in cm x Schritte, in Meter umrechnen (Hundertstel)
Spanne zwischen Zeigefinger und Kleinem Finger ~ 1 dm
Fingerbreite ~ 1 cm – 1,5 cm

1 Quadratkilometer (km^2) = 100 Hektar (ha) = 10 x 10 ha
1 ha = 100 a = 10 x 10 a = 100 x 100 m
1 a = 100 m^2 = 10 x 10 m

Vorratsermittlung des Bestandes

V= G x F x H

V = Vorrat (fm/ha): Der Vorrat wird in Festmetern pro Hektar ausgedrückt, unterschieden wird dabei zwischen Vorratsfestmetern (Vfm), d.i. alles stehende Holz inkl. Rinde, und Erntefestmetern (Efm), d.i. die Holzmasse nach Abzug von Ernteverlust und Rinde. Der Abzug liegt je nach Baumart, Alter und Bonität zwischen 15 und 25 Prozent. Alle Werte werden zunächst auf 1 Hektar (ha) bezogen und dann auf die gesamte Fläche umgerechnet.

G = Grundfläche (m^2/ha): Summe der Kreisflächen aller Bäume in Brusthöhe je Hektar. Praktisch kann man sich das so vorstellen: Würde man in einem Waldbestand auf einem Hektar alle Bäume in Brusthöhe (1,3 m über dem Boden) abschneiden und alle so entstandenen Schnittflächen zusammenzählen, erhält man die Grundfläche. Sie wird in Quadratmetern je Hektar angegeben.

F = Bestandesformzahl: Die Formzahl ist ein Maß für die Voll- bzw. Abholzigkeit der Stämme und liegt in der Regel zwischen 0,4 und 0,5 (z.B. Fichte = 0,45).

H = Bestandesmittelhöhe (m): Die Bestandesmittelhöhe wird durch einen Abzug im Ausmaß von etwa 2 - 3 m von der Oberhöhe (mittlere Höhe der stärksten Stämme) ermittelt. Die Baumhöhen werden dazu entweder geschätzt (siehe Methoden zur Baumhöhenermittlung) oder mit Messgeräten erhoben.

Winkelzählprobe

Foto: www.lagerhaus-zwettl.at

An einem Ende eines Stabes mit 1 m Länge Plättchen mit 4 cm Seitenlänge befestigen. Stab waagrecht unterhalb des Auges halten und Baum anvisieren. Baumstamm erscheint entweder breiter, schmäler oder gleichbreit wie das Plättchen.
Vom Standpunkt aus im Kreis drehen und alle Bäume, egal in welcher Entferung, zählen, die breiter als das Plättchen erscheinen; Bäume die gleich breit erscheinen, abwechselnd zählen bzw. auslassen.
Jeder gezählte Baum repräsentiert aufgrund bestimmter mathematischer Gesetzmäßigkeiten dieselbe Anzahl von m2/ha. Diese Größe ist der sog. Zählfaktor, der bei der Relation von Länge des Stabes (1m) zu Breite des Plättchens (4cm) bei 4 liegt. Dieser Zählfaktor wird mit der Anzahl der gezählten Bäume multipliziert und man erhält so die Grundfläche (G) pro Hektar (ha).

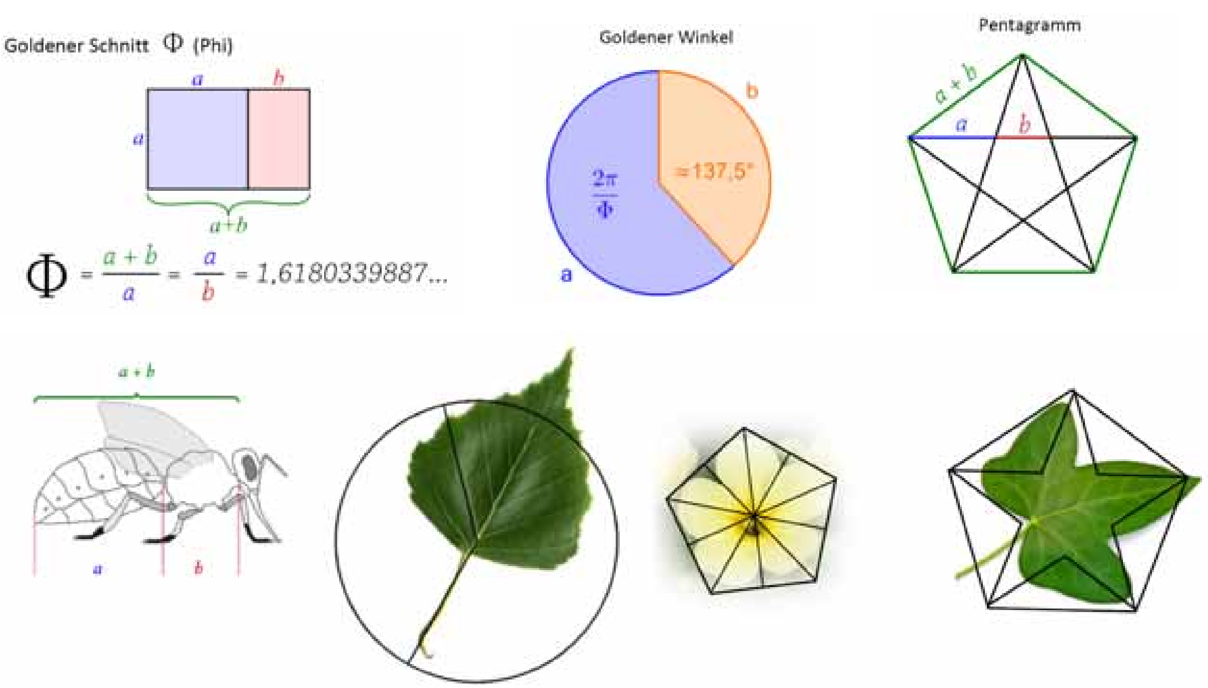
„Daumen mal Pi"

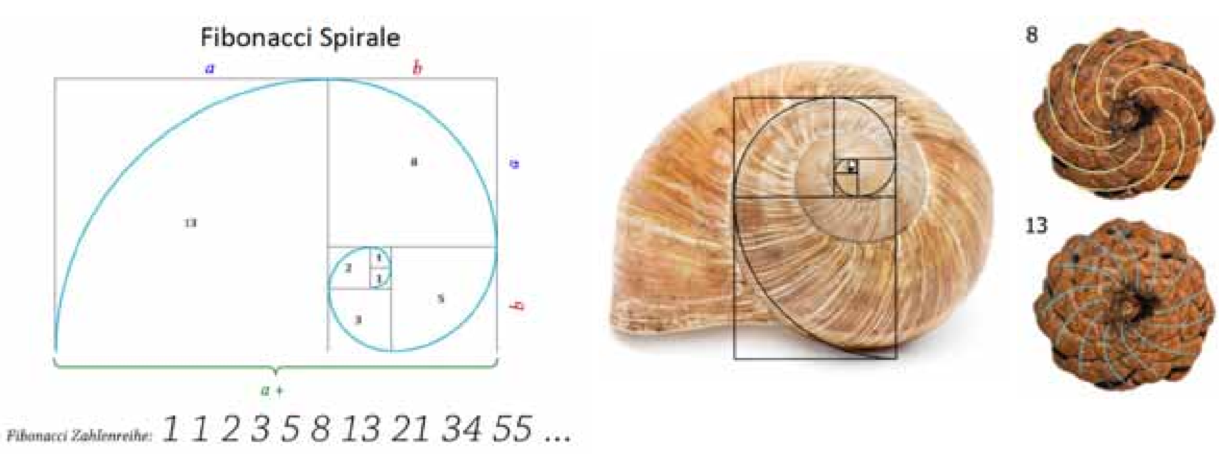
Die Durchführung der Winkelzählprobe ist auch mit der so genannten „Daumenmethode" möglich. Dabei werden bei gestrecktem Arm über die Daumenbreite hinweg die Bäume anvisiert. Der Vorteil dabei ist, dass man das „Werkzeug" immer dabei hat, der Nachteil, dass jeder Mensch einen individuell verschiedenen, meist nicht ganzzahligen Zählfaktor hat. Wichtig dabei ist, dass der Arm immer ganz gestreckt bleibt.

Die Relation Armlänge zu Daumenbreite ergibt dabei einen anderen Zählfaktor.
Die Herleitung ist nach folgender Formel möglich: $k = (50 \times B : L)^2$
k = Zählfaktor B = Daumenbreite L = Armlänge

In der Natur finden wir zahlreiche mathematische Gesetzmäßigkeiten und Symmetrien vor, die faszinierend und überraschend gleichzeitig sind. Allerdings handelt es sich hier stets um Mittelwerte, die niemals exakt dem Individuum zugeordnet werden können. Dennoch kann insbesondere SchülerInnen der Sekundarstufe anhand von Beispielen oder Aufgaben in der Natur zu mathematischen Prinzipien wie dem „Goldenen Schnitt“ (Φ) oder der „Fibonacci-Zahlenfolge“ ein Zugang zur komplexeren Mathematik eröffnet werden.

Hier einige Beispiele:





Mehr dazu:
http://www.michael-holzapfel.de/themen/goldenerschnitt/gs-natur/gs-natur.htm
https://www.was-darwin-nicht-wusste.de/wunder/mathematische-ueberraschungen.html
https://www.imst.ac.at/imst-wiki/images/b/be/1079_Langfassung_Mittelmeier.pdf